

Vizsgatematika a Diszkrét Matematika I tárgyhoz 2012. őszi Bsc A szakirány

A (+)-szal jelzett tételek bizonyítással együtt, a (-)-szal anélkül értendők! A feketével jelölt rész a leadott anyag.

1. Halmazok

1.1. Logikai alapok

Fogalmak, definíciók:

Igazságérték, predikátum, logikai formulák, elemi formula, logikai jelek, kvantorok, logikai műveletek, igazságtáblázat, kvantorok hatásköre, kötött és szabad előfordulás, szabad változó, zárt/nyílt formula, kielégíthető formula, tautológiák(tételek), De Morgan azonosságok, bizonyítás (levezetés), axiómák, teljesség, függetlenség, ellentmondás mentesség, direkt, indirekt bizonyítás, kontrapozíció, teljes indukció, szükséges és elégséges feltétel, ellenpélda.

1.2. Halmazelméleti alapfogalmak

Fogalmak, definíciók:

Halmaz és elemei, halmazok egyenlősége, üres halmaz, részhalmaz, valódi részhalmaz, hatványhalmaz, különbség, metszet, unió, szimmetrikus differencia, komplementer.

Tételek(-):

Az unió és a metszet tulajdonságai, disztributivitásuk, halmazműveletekre vonatkozó állítások.

1.3. Relációk

Rendezett pár, rendezett n -es, Descartes-féle direkt szorzat, n -változós reláció, binér reláció, homogén reláció, reláció értelmezési tartománya, reláció értékészlete, reláció kiterjesztése, leszűkítése, homogén binér relációk tulajdonságai: reflexív, irreflexív, tranzitív, szimmetrikus, asszimmetrikus, antiszimmetrikus, tranzitív, dichotom, trichotom, relációk kompozíciója, reláció inverze, halmaz képe, inverz képe,

ekvivalenciareláció, ekvivalenciaosztály, osztályfelbontás, részbenrendezés, szigorú részbenrendezés, (teljes) rendezés, részbenrendezett struktúra, szigorú-gyenge reláció, minimális, maximális, legkisebb, legnagyobb elem, alsó korlát, felső korlát, infimum, supremum, zárt, nyílt intervallum, lánc, jólrendezés

Tételek(+):

Ekvivalenciareláció és osztályfelbontás kapcsolata.

Tételek(-):

Binér relációk kompozíciójára vonatkozó állítások.

1.4. Függvények

Függvény, parciális függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, kép, őskép, függvények típusai: szürjektív, injektív, bijektív függvény, kanonikus leképezés (függvény), monoton, szigorúan monoton függvények,

indexhalmaz, indexelt halmaz, család, kiválasztási függvény, halmazcsalád Descartes – szorzata, leképezés j -edik projekciója, De Morgan szabályok, n -változós művelet, műveleti tábla, operandus, művelettartó leképezés (homomorfizmus).

Tételek(-):

Inverz függvény és halmazcsalád.

2. Algebrai struktúrák

2.1. Csoportelmélet

Fogalmak, definíciók:

Algebrai struktúrák, izomorfiájuk, műveleti tulajdonságok: asszociativitás, regularitás, kommutativitás, típusok, grupoid, félcsoport, csoport Abel-csoport, n -tényezős szorzat, egységelemmel és inverzzel kapcsolatos fogalmak, hatványozás egész kitevővel

Tételek(+):

Egységelem és inverz unicitása

Tételek(-):

Asszociativitási törvény

2.2. Gyűrűk

Fogalmak, definíciók:

Gyűrű, kommutatív gyűrű, gyűrű nulleleme, egységelemes gyűrű, nullgyűrű, zérógyűrű, nullosztó, nullosztómentes gyűrű, integritási tartomány, rendezett integritási tartomány.

Tételek(+):

Szorzás nullelemmel, előjelszabály, nullosztó és regularitás kapcsolata.

Tételek(-):

Rendezett integritási tartomány és műveletek monotonitása, rendezett integritási tartomány tulajdonságai

3. Számhalmazok

3.1. Természetes számok

Tételek(+):

Maradékos osztás a természetes számokban, számrendszerek a természetes számokban.

3.2. Komplex számok

Komplex számok definíciója, algebrai alak, argumentum, trigonometrikus alak, Moivre-azonosságok, gyökvonás, n -edik egységgyökök, n -edik primitív egységgyökök, konjugált, komplex számok abszolút értékére és konjugáltjára vonatkozó észrevételek

Tétel(-):

Az algebra alaptétele

4. Véges halmazok

Fogalmak, definíciók:

Halmazok ekvivalenciája, véges halmazok, végtelen halmazok, számosság, permutáció, ciklikus permutáció, ismétlés nélküli permutáció, ismétlés nélküli variáció, ismétléses variáció, ismétlés nélküli kombináció, ismétléses kombináció, ismétléses permutáció

Tételek(-):

Halmazok ekvivalenciája ekvivalenciareláció, halmazok számosságára vonatkozó tétel, binomiális tétel következménye.

Tételek(+):

Természetes számok részhalmazaira vonatkozó tételek, skatulya elv, részben rendezett halmaz részhalmazainak maximális és minimális elemére vonatkozó tétel, ismétlés nélküli permutációinak száma, ismétlés nélküli variációinak száma, ismétléses variációk száma, ismétlés nélküli kombinációk száma, ismétléses kombinációk száma, ismétléses permutációk száma, binomiális tétel, polinomiális tétel, logikai szita formula

5. Számelmélet

5.1 Osztáhtóság

Fogalmak, definíciók:

Osztó, egység, asszociáltak, triviális osztó, felbonthatatlan és prím elem egységelemes integritási tartományban, összetett szám \mathbf{Z} -ben, legnagyobb közös osztó, bővített Euklidészi algoritmus, relatív prímelek, páronként relatív prímelek, legkisebb közös többszörös egységelemes integritási tartományban, páros számok, páratlan számok, prímelek száma, prímelek közti „szakadék”, (módosított) kanonikus alak, Inko és lkkt-re vonatkozó észrevételek, Erathosztenész szitája

Tételek(+):

Bővített Euklidészi algoritmus (+ következményei), prím és felbonthatatlan elem kapcsolata az egész számok gyűrűjében, illetve tetszőleges egységelemes integritási tartományban, a számelmélet alaptétele egész számokra, Euklidész tétele prímszámok számára

5.2 Kongruenciák**Fogalmak, definíciók:**

Kongruencia, m szerinti maradékosztály, m szerinti redukált maradékosztály, teljes maradékrendszer modulo m , redukált maradékrendszer modulo m , Euler-féle φ függvény.

6.3 Számelméleti függvények**Fogalmak, definíciók:**

Additív és multiplikatív számelméleti függvények, totalitás (teljesség)

Tételek(-):

Additív és multiplikatív számelméleti függvények kiszámítása

Tételek(+):

φ multiplikatív, φ kiszámolása